因式分解（一）

三维目标

1.了解因式分解的含义及它与整式乘法的区别与联系.

2.认识提公因式法和公式法，能准确熟练地把某些多项式用提公因式法和公式法分解因式.

3.能灵活运用因式分解来求值及解决问题.

**知识梳理**

【A】整式乘以整式结果是多项式，而多项式也可以变形为相应的整式与整式的乘积，我们就把这种多项式的变形叫做**因式分解**.

把一个多项式化为几个整式的积的形式，叫做把这个多项式因式分解，也叫做把这个多项式**分解因式**.

如：**因式分解：***ma*+*mb*+*mc*=*m*(*a*+*b*+*c*).

**整式乘法：***m*(*a*+*b*+*c*)=*ma*+*mb*+*mc*.

【B】一般地，如果多项式的各项有公因式，可以把这个公因式提到括号外面，将多项式写成因式乘积的形式，这种分解因式的方法叫做**提公因式法**.

*ma*+*mb*+*mc*，它的特点是各项都含有一个公共的因式*m*，我们把因式*m*叫做这个多项式各项的公因式.根据乘法的分配律，可得*ma*+*mb*+*mc*=*m*(*a*+*b*+*c*).

【C】**运用公式法**

*a*2-*b*2=(*a*+*b*)(*a*-*b*)**——因式分解的平方差公式.**

***a*2±2*ab*+*b*2=(*a*±*b*)2——因式分解的完全平方公式**.

*a*3+*b*3=(*a*+*b*)(*a*2-*ab*+*b*2)；*a*3-*b*3=(*a*-*b*)(*a*2+*ab*+*b*2)——**因式分解的立方和与立方差公式.**

**公式的推广：**

(1)*a*2+*b*2+*c*2+2*ab*+2*ac*+2*bc*=(*a*+*b*+*c*)2；

(2)*a*2+*b*2+*c*2+*d*2+2*ab*+2*ac*+2*ad*+2*bc*+2*bd*+2*cd*=(*a*+*b*+*c*+*d*)2；

(3)*a*12+*a*22+…+*an*2+2(*a*1*a*2+*a*1*a*3+…+*a*1*an*+*a*2*a*3+…+*a*2*an*+…+*an*-1*an*)=(*a*1+*a*2+*a*3+…+*an*)2.

2.(1)\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_=(*a*+*b*)3；

(2)\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_=(*a*-*b*)4.

3.*an*-*bn*(*n*为正整数)=(*a*-*b*)(*an*-1+*an*-2*b*+*an*-3*b*2+…+*a*2*bn*-3+*abn*-2+*bn*-1).

**典型解析**

**例1：**下列各式从左到右哪些是因式分解？【A】

(1)*x*2-*x*=*x*(*x*-1)；

(2)*a*(*a*-*b*)=*a*2-*ab*；

(3)(*a*+3)(*a*-3)=*a*2-9；

(4)*a*2-2*a*+1=*a*(*a*-2)+1；

(5)*x*2-4*x*+4=(*x*-2)2.

**解：**根据因式分解的定义，(1)和(5)为因式分解.

**例2：**指出下列各多项式中各项的公因式：【B】

(1)*ax*+*ay*+*a*；

(2)3*mx*-6*mx*2；

(3)4*a*2+10*ah*；

(4)*x*2*y*+*xy*2；

(5)12*xyz*-9*x*2*y*2.

**解：**(1)公因式为*a*；(2)公因式为3*mx*；(3)公因式为2*a*；(4)公因式为*xy*；(5)公因式为3*xy*.

**例3：**把下列各式分解因式：【C】

(1)(*x*+*p*)2-(*x*+*q*)2；

(2)16(*a*-*b*)2-9(*a*+*b*)2.

**解：**(1)原式=[(*x*+*p*)+(*x*+*q*)][(*x*+*p*)-(*x*+*q*)]

=(2*x*+*p*+*q*)(*p*-*q*).

(2)原式=[4(*a*-*b*)+3(*a*+*b*)][4(*a*-*b*)-3(*a*+*b*)]

=(7*a*-*b*)(*a*-7*b*).

**例4：**简便方法计算：9992-10012.【C】

**解：**原式=(999+1001)(999-1001)

=-4000.

**例5：**按照完全平方公式填空【C】

(1)*a*2-12*a*+( )=( )2； (2)16-( )+9*b*2=( )2；

(3)( )2+4*xy*+4=( )2； (4)(*x*-*y*)2+6(*x*-*y*)+( )=( )2.

**解：**(1)36，*a*-6.

(2)24*b*，3*b*-4.

(3)*xy*，*xy*+2.

(4)9，*x*-*y*+3.

**例6：**分解因式：【C】

(1)2*ax*2-12*axy*+18*ay*2； (2)(*x*+*y*)2+8(*x*+*y*)+16.

**解：**(1)原式=2*a*(*x*2-6*xy*+9*y*2)

=2*a*(*x*-3*y*)2.

(2)原式=(*x*+*y*+4)2.

**例7：**分解因式：【C】

(1)8*x*3+1； (2)64*x*3-*y*3；

**解：**(1)原式=(2*x*+1)(4*x*2-2*x*+1).

(2)原式=(4*x*-*y*)(16*x*2+4*xy*+*y*2).

(3)原式=

**例8：**分解因式：*x*15+*x*14+*x*13+…+*x*+1.【C】

**解：**原式=

=(*x*8+1)(*x*4+1)(*x*2+1)(*x*+1).

同步训练

**1.分解因式.**

(1)-6(2*a*-*b*)2-4(2*a*-*b*). (2)*x*(*x*-*y*)+*y*(*y*-*x*).

(3)-10*x*2*y*-5*x*2*y*2+15*xy*. (4)-4*a*2*x*2+8*axy*-12*axy*2.

(5)(*m*-*n*)(*p*-*q*)-(*n*-*m*)2(*q*-*p*).

**2.用简便方法计算.**

(1)517.8×143.2+5178×(-4.32).

(2).

**3.分解因式.**

(1)(*x*+*y*)2-(*x*-*z*)2. (2)(*m*+*n*)2-4(*m*-*n*)2.

(3)16(*x*-*y*)2-25(*x*+*y*)2.

**4.分解因式.**

(1)(*x*2+*y*2)2-4*x*2*y*2. (2)(*a*-*b*)3-4*ab*(*b*-*a*).

(4)*xn*+1-4*xn*+4*xn*-1.

**5.分解因式.**

(1)3*x*+24*xy*3. (2)(*m*-*n*)3-(2*n*-*m*)3.

(3)*a*12-*b*12.

**6.**若*a*+*b*=6，*a*3+*b*3=72，求*a*2+*b*2的值.

同步测控

**1.分解因式**

(*x*+*y*)(*x*-*y*)-*x*-*y*. 6*p*(*p*+*q*)2-4*q*(*q*+*p*).

*m*2*n*(*m*-*n*)-4*mn*(*n*-*m*). (*a*-*b*)(*c*+*d*)-(*a*-*b*)(*c*-*d*).

*x*4-*x*2. *x*4-*y*4.

*a*2(*x*-*y*)+*b*2(*y*-*x*). (*a*-*b*)*n*+2-(*a*-*b*)*n*.

(*a*-1)2*n*-1+2(1-*a*)2*n*+(*a*-1)2*n*+1. (*p*4+*q*4)2-4*p*4*q*4.

(*m*+5*n*)2-2(5*n*+*m*)(*n*-3*m*)+(3*m*-*n*)2. 3*p*(*x*+1)3*y*2+6*p*(*x*+1)2*y*+3*p*(*x*+1).

*a*3+3*a*2+3*a*+2. 64*x*6-*y*12.

*x*3+2*x*2*y*+2*xy*2+*y*3. *a*5-*b*5.

走进自招

**题1**：已知10*x*2－6*xy*＋*y*2－2*x*＋1=0，求(2*x*－*y*)2001.

**满分解答：**因为10*x*2－6*xy*＋*y*2－2*x*＋1=(9*x*2－6*xy*＋*y*2)＋(*x*2－2*x*＋1)

=(3*x*－*y*)2＋(*x*－1)2=0，

且(3*x*－*y*)2≥0，(*x*－1)2≥0，因此，则

所以，(2*x*－*y*)2001=(2－3)2001=－1.

**题2**：已知1＋*x*＋*x*2=0，求*x*2007＋*x*2006＋*x*2005＋…＋*x*＋1的值.

**满分解答：**原式=*x*2005(*x*2＋*x*＋1)＋*x*2002(*x*2＋*x*＋1)＋*x*1999(*x*2＋*x*＋1)＋…＋*x*4(*x*2＋*x*＋1)＋*x*(*x*2＋*x*＋1)＋1

因为1＋*x*＋*x*2=0，所以原式=*x*2005×0＋*x*2002×0＋*x*1999×0＋…＋*x*×0＋1=1.

**题3**：分解因式：(*x*＋3)(*x*2－1)(*x*＋5)－20.

**满分解答：**原式=(*x*＋3)(*x*＋1)(*x*－1)(*x*＋5)－20=(*x*2＋4*x*＋3)(*x*2＋4*x*－5)－20.

令*x*2＋4*x*=*y*，则上式=(*y*＋3)(*y*－5)－20=*y*2－2*y*－35=(*y*－7)(*y*＋5)

=(*x*2＋4*x*－7)(*x*2＋4*x*＋5).

**同步训练**

1.下列等式中，哪些是因式分解？

(1)2(*a*-*b*)=2*a*-2*b \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.*

(2)*m*2-1=(*m*+1)(*m*-1) *\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.*

(3)*x*2-2*x*+1=*x*(*x*-2)+1 *\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.*

(4)*a*(*a*-*b*)(*b*+1)=(*a*2-*ab*)(*b*+1) *\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.*

2.分解因式.

(1)-4*x*2*y*+6*xy*2-2*xy*. (2)-*a*2*b*2+2*abc*2-3*abc*.

(5)3*ax*2+6*axy*+3*ay*2. (6)2*x*5-12*x*3*y*2+18*xy*4.

(7)(*x*+*y*)2-10(*x*+*y*)+25. (8)*a*2*b*2-4*abcd*+4*c*2*d*2.

2.简便运算.

(1)21.72-28.32. (2)1.25×142-125×8.62.

3.已知*x*≠*y*，且*x*3-*x*=7，*y*3-*y*=7，求*x*2+*xy*+*y*2的值.